第 ２０ 号　（２０１２年　１２月）
発行人　ろう学校数学教育研究会
代表　矢沢　国光
編集　遠田　将人

ろう数研

●ろう学校数学教育研究会　●連絡先　矢沢国光　電話０４８－２９４－６０４６　yazawa@msg.biglobe.ne.jp
ろう数研ホームページ　http://deafmath.web.fc2.com/index.html

ろう学校数学教育研究会　第９回授業研究会の報告

小林俊道さんの「中学校の数学」

【日時】２０１２年１０月２０日（土）午後１時～５時　　【場所】東京女子学園中学校・高等学校

［１］中二竿ばかりの実験

重りを入れる容器に、10 円玉を次々に入れていくとき、消しゴムのおもりの位置をどこにすれば、つりあうか。「今日は、この竿ばかりで実験をします」と竿ばかりを見せる。

「では、この竿ばかりで、重りを１ 個(10 円玉１ 個)容器に入れたとき、支点から何 cm のところに、重りを持っていったら(ずらしたら)釣り合うでしょう。やってみます。」10 円玉を１ 個入れると４ ｃｍになります。「次に、もう１ 個 10 円玉を入れると(合計 2 個)何 cm になると思いますか。適当な長さを言ってみてください。当てものです。」生徒は適当な長さを言います。

この質問は（正解を考える根拠は与えられていないので）全くの「当てもの」です。当てものですが、生徒とのコミュニケーションを作り出します。実験は生徒とのコミュニケーションがたくさんできるという意味でもよい方法です。

竿ばかりを支えるのは、指でします。指で支点を支える理由は、竿ばかりがとても敏感だからです。1 円玉を入れたたけでも傾きます。指先で誤差を吸収するのです。だから、指の（脇ではなく）腹を上に向けて、広い部分で支えるようにします。竿ばかりの目盛りを４ ｃｍ間隔にしたわけは、①見やすいこと、②目分量で１ ｃｍがわかります。つまり、目盛りと目盛りの間隔の半分の長さが 2 センチ、そのまた半分が１ ｃｍだと、わかります。

さて、10 円玉を 2 個入れてつりあう場所を調べると、１１ ｃｍです。［黒板の表に 11 と書く］
では 3 個のときは、何センチでしょうか。
生徒は「7 ずつ増えるから 11 ＋ 7 で 18 」と応えます。
ほんとうに 18 でよいか、実験します。ほんとうに 18 になります。

ここで 10 円玉を増やすのはいったんやめて、「重りを 0 にしたらどこでつりあうか」とききます。生徒は、重りが 1 このとき 4 ｃｍだから 4 ｃｍ－7 ｃｍでマイナス 3 ｃｍ、と計算します。しかし、「マイナス 3 ｃｍとは支点の反対側になってしまうから、これはありえない」と悩みます。あくまで「マイナス 3 ｃｍ」（支点の反対側に移る）という生徒と、「4 ｃｍと 0 ｃｍ（支点）のあいだ」という生徒に分かれます。実験してみせると、マイナス 3 ｃｍが正しいことがわかり、生徒はとても盛り上がります。左側の重りが 0 のときの右側の重りの位置は、一次関数ｙ＝ａｘ＋ｂのｂに相当します。つまり初期値です。初期値がマイナスになることについては、数学教育協議会の中でも賛否両論がありました。

関数の意味は「未来の予測」にあります。この竿ばかりは 10 円玉 8 枚まで入れられます。8 枚のときの位置を予測させます。鹿児島大会の公開授業のときは、中 1 の生徒が対象だったので、ｙ＝ａｘ＋ｂという式を使ったのは、無理がありました。この場合は、中 2 なので、ｙ＝ａｘ＋ｂが使えます。生徒はｙ＝７ｘ－３という式になることがわかります。

この式にｘ＝8 を代入すると、ｙ＝53 になります。ほんとうに 53 ｃｍのところでつりあうだろうか。実際にすると、53 ｃｍでちょうどつりあいました。生徒から拍手がわき上がります。

Q 竿ばかりまでの授業の流れを説明してください。

本時までの授業は、次のようになっています。

1 回目…ブラックボックス(はたらきを考える)

2 回目…数学で考えるブラックボックス

3 回目…2 回目までの確認など

4 回目…関数の式(その 1)

5 回目…関数の式(その 2)

まずブラックボックスを導入します。ブラックボックスは入力に対して「一定のはたらき」をして出力とするものです。「このブラックボックスのはたらきは何か？」と質問するときは、入力･出力の例を必ず 3 組以上示します。入力が数で出力も数のブラックボックス、入力が言葉で、出力も（濁点を取るなどのはたらきで）言葉のブラックボックスなどをやります。実物のブラックボックスから入って、図のブラックボックス、そして最後に関数の式ｆ（ ）を導入します。

竿ばかりの実験のあとは、身の回りのことで「一次関数」になっていることを発見して、レポートに書いてもらいます。「携帯電話の通話時間と料金」、「東京の月間最低気温と最高気温の差が年とともにどう変わるか」、「日本人の平均寿命が年とともにどう変わるか」等、自分で調べてレポートを書きます。もちろん「一次関数」になるのは、ある限られた範囲（西暦何年以降とか）ですが、それでかまわないのです。

Q 関数の式ｆ（ ）は、教科書では高一で初めて使います。中三でも入れてよいのですか？

私は中一の授業で正比例はしません。関数は一次関数からはじめます。だから、ブラックボックスと関数の式を使います。ブラックボックスから関数の式に［ブラックボックスの図を経て］移行すれば大丈夫です。この関数の式を使うと、ブラックボックスとのつながりがよくわかります。

Ｑ では、比例はどのように教えるのですか？

比例は一次関数の特別な場合（初期値が○の場合）として扱います。

このあと、全員で竿ばかりの製作をしました。小林さんが角材（ラワン材 10 ㎜×10 ㎜×900 ㎜）、プラスチックの容器、消しゴムを用意してくれました。材料費はぜんぶで 100 円です。

小林さんが支点の位置の目印と４ ｃｍ間隔の目盛りを付けてくれました。支点をもとの印の位置に取ると、初期値ｂが異なる場合がありますが、ｙ＝ａｘ＋ｂのａの値は変わりません。各自で調節して、使える竿ばかりができました。

［２］中三の二乗比例関数の実践

小林さんは黒板の下部のチョークを置く台に、長さ 200 センチのカーテンレールを置いた。右端を箱に載せて傾斜を付けてある。左端に空き缶が置いてあり、ビー玉が到達すると、カンと大きな音がする。じつは玉を転がしたとき、ちょうど 4 秒で 200 センチ転がるように、入念に調整してある。

時間は、かつては音楽室の（腕が左右に触れる）メトロノームを使っていたが、最近は電子メトロノームが発売されたので、こちらを使っている。聴覚障害者には聞こえないので、黒田さんが前に出て、音に合わせて腕を振ってくれた。

メトロノームの音に合わせて、玉を放すと、玉はだんだん速さを増して転がり、缶にぶつかった。メトロノームのピッピッという音に合うようにカーテンレールの傾きを微調整する。

「ビー玉は、4 秒で 200 センチ転がりました。ではビー玉を手放してから 2 秒後、このビー玉はカーテンレール上何 cm のところを通過するでしょうか」と、生徒の予想を聞く。「まん中よりむこう」と答える生徒はほとんどいません。

ア)まん中より手前　　０人→９人

イ)まん中　　２０人→１１人

ウ)まん中より後　　７人→７人

の三択できくと、２７人中２０人の生徒がイ)まん中と答えました。ウ)まん中より後と答える生徒は、７人でした。

手前だと考える理由を聞くと「だんだん速くなって転がり落ちていくから」と言います。ある生徒が、「ビー玉をカーテンレールに置くときこう置いたらよい」【写真】という指摘がありました（こんな指摘があったのは、初めてです）。実際にやってみると、ビー玉についているスジが転がり落ちるに従つて速く回転している様子がはつきりしました。すると、「予想を変更していいですか」との声あり、そこで、先の予想を変えることを許してもう一度みんなに聞くと、上の矢印の先の数になりました。そこで、100cm の位置でカーテンレールの横に紙を貼って実験してみると、真ん中より手前で 2 秒のピッッ、ピッッの 2 回の音がメトロノームにありました。

そこで、次に、まん中の 100cm よりどのくらい手前を 2 秒で通過するか、ということです。またしても、次の中からこんどは勘で答えてもらいました。

ア)90cm（まん中よりちょっと手前）・・・0 人

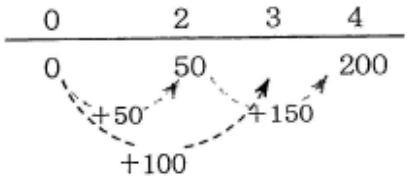
イ)70cm（まん中より少し手間）・・・23 人

ウ)50cm（まん中よりだいぶ手前）・・・4 人

勘でこれらのいずれかに手を上げてもらったところ、この人数になりました。そこで、それぞれの位置に紙を貼ってビー玉を転がしたところ、50cm のところをちょうど 2 秒で通過(ピッ、ピッと 2 回の音)しました。玉が転がってきて紙に触れるとき、紙が揺れるようにしてあります（ただし、あまり強く当たるようにすると、玉の進路が変わって落ちたりしますから、わずかに触れる程度にします)。

以上の実験でわかったことを表に書きます。

ビー玉を手放してからの時間(秒)	2	4
ビー玉を手放してからの距離(cm)	50	200

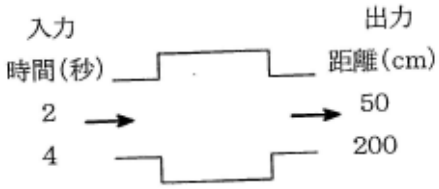


そこで、次のことを考えてもらいました。3 秒後、何 cm のところをビー玉は通過するでしょうか。上坂さん（ある生徒）から、次のように考えて、100cm という答えがありました。

これは、進んだ距離が、最初の 2 秒で 50 ｃｍ、次の 2 秒で 150 ｃｍ増える。だから最初の 3 秒では、50 ｃｍと 150 ｃｍの中間で 100 ｃｍ増える、という考えです。木村さんから、距離=速さ×時間で考えて、距離を ν cm として

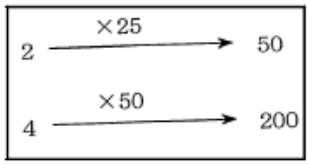
ν=速さ×3

と式を考えたのですが、この場合速さのデータがないのでここで困ってしまいました。また、倍で考えてみる案もありました。ここで時間になりました。

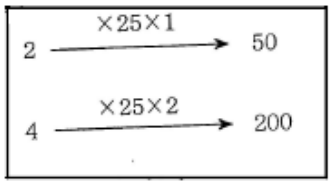


傾斜をつけてビー玉が転がり落ちるときに「何かのはたらきがあのか」ときくと、根市さんから、「重力」という声がありました。重力の“はたらき”でだんだん速く転がり落ちる。“はたらき”とくれば、ブラツクボツクです。

これを次のように矢印で書いてみました。



これでは「はたらき」が一定にならないので、次のように「はたらき」を書き直しました。



ここで

× 25 ×？

3――――――→

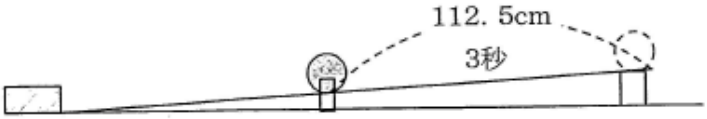
をみんなに聞いたところ、即座に根市さんから「1.5 」という声がありました。言つた本人もあとで気づいたのですが、これは 3 秒の半分という予想です。

つまり、3 × 25 × 1.5=112.5

× 25 × 1.5

3――――――→ 112.5 ｃｍ

そこで、前回での 100cm と予想としては 112.5 ｃｍの２つがあり、早速実験でみることにしました。その結果、112.5cm を 3 秒ピッタリでビー玉が通過しました。



このあと、入力をχ秒、出力をｙcm として、

$$x \xrightarrow{\times 25 \times \frac{x}{2}} y$$

したがって、

ｙ＝ｆ（χ）＝χ× 25 ×ｘ／ 2

ｙ＝ｆ（ｘ）＝12.5 χ^2

そこで、まだやつていない 1 秒のときをこの式のχ=1 を代入して、

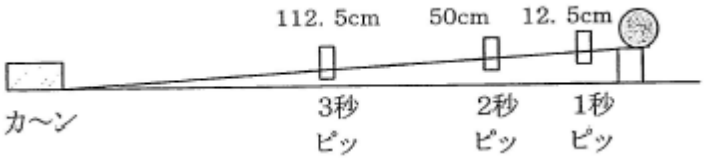
ｆ(1)=12.5 × 1^2=12.5cm

さらに、

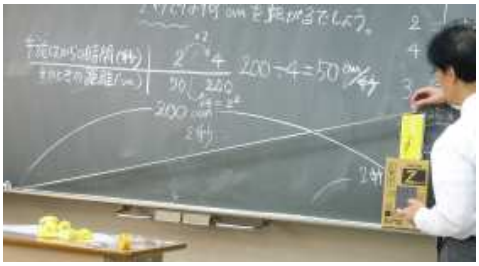
ｆ(2)=12.5 × 2^2=50cm

ｆ(3)=12.5 × 3^2=112.5cm

ｆ(4)=12.5 × 4^2=200cm



今度はそれぞれの位置に長方形の紙を貼つて実験。“ピッ”という音と紙の揺れがピッタリ重なつて、4 回目の“ピッ”という音と同時に空き缶にビー玉が力～ンと当たりました!(パチパチ)



次にカーテンレールの傾きを大きくして、200 センチで 2 秒にします。箱を積んでかなり高くします。ｙ＝ｆ（ｘ）の「はたらき」が、前のときと同じく、時間ｘの２乗に比例するとして、

$$y = f(x) = ax^2$$

これにｘ＝2, ｙ＝ 200 を代入して、200 ＝ａ×2^2 からａ＝50

したがって $y = f(x) = 50x^2$ という式が出ます。

この式を使って 1 秒後の位置を求めると、50 ｃｍになります。実験してみると、50 ｃｍのところでちょうど 1 秒でした。

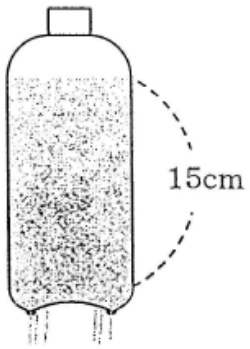
次に傾斜をもっと大きくして、垂直にします。カーテンレールを立ててビー玉を、その上の端から落とす実験をしました。ストップウォッチで生徒に測ってもらうと 0.63 秒くらいでした［計算値は 0.64 秒］。でもこの測定は難しいので、どうしたらよいか考えていたら、体育館の下を見下ろす周り廊下の高さがちょうど 5 ｍあることがわかりました。そこで生徒二人で一組にして、バレーボールを落として、時間を計ってもらいました。そうしたら 0.97 ～ 0.98 秒と、計算値［※］とほぼ同じ結果が出ました。

※自由落下の距離＝9.8 ｍ×（時間）^{2}÷ 2 ＝ 4.9 ×(時間)^2。

ここから時間＝［(距離）÷4.9］ の平方根。

距離＝5 ｍのとき時間＝5 ÷ 4.9 の平方根＝1.01 秒

◇ペットボトルの実験



50 ｍ L 入りのペットボトルの底に 2 箇所穴を開けて、棒で穴をふさいでおきます。そして、高さ 15cm まで水を入れて、棒を取り除いて水がなくなるまでの時間をはかります。

その前に、みんなに何秒ぐらいかかるかを予想してもらいました。その結果、20 秒台ぐらい…5 人 30 秒台ぐらい…9 人 40 秒台ぐらい…11 人 60 秒台ぐらい…1 人

実際にやってみると 42 秒でした。

ペットボトルの底は曲面になっているので「水がなくなる」ことをどうやって判定するか。これは「水が落ちてこなくなった」ことで判定することにしました。

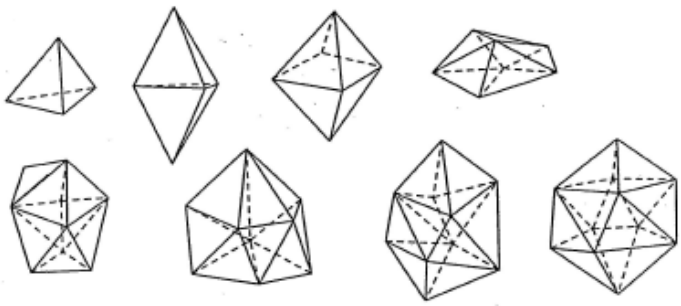
水がなくなるまでの時間をｘ秒、そのときの水の高さをｙ ｃｍとすると、ｘとｙとの間には、$y = a \times x^2$ が成り立ちます。これに上の実験の結果［ｘ＝42 のときｙ＝15 ］を入れると、ａ＝15 ／ 1764 になります。　［以下、プリント参照］

次に、高さ 10 ｃｍまで水を入れたとき何秒で水がなくなるか、考えました。水がなくなるまでの時間を計算で求めると 34 秒になりました。そこで、実際にペットボトルに高さ 10cm まで水を入れて水がなくなるまでの時間を計ったところ、34 秒ちょっとで水がなくなりました。3 回目に水がなくなつたときに「はいっ」といったときの時間が 34 秒でした。計算とピッタリでした。何人かから拍手がありました。

時間ｘ、距離ｙの２乗比例関数 $y = ax^2$ で、時刻Ｐ から時刻ｑまでの「平均速度」を求める、という問題が教科書にあります。教科書では、$aq^2 - ap^2 / (q - p)$ を直接計算させていますが、計算が面倒で生徒はいやになってしまいます。こうした計算は、電卓を使うに限ります。また、この式の場合は、$aq^2 - ap^2 / (q - p) = a(q + p)(q - p) / (q - p) = a(q + p)$ と、かんたんに計算できます。たとえば $y = 50x^2$ のときの２秒後の瞬間の速さは、ｘ＝1.999 とｘ＝2.000 を代入して、50 ×（1.999 ＋ 2.000）＝ 249.9 ｃｍ／秒とでます。

これは、実質的に $y = 50x^2$ という関数のｘ＝2 のときの「微分係数」を求める計算をしているわけです。微分は、普通高校で学ぶことになっていますが、微分の考え方は、中三のカーテンレールの実験の中でも学ぶことができるのです。

［３］中１の図形の授業から



一辺が 3 ｃｍの正三角形を組み合わせて、図のような８種類のデルタ多面体を作らせます。

この 8 種類の立体について面の数、辺の数、頂点の数をそれぞれかぞえると次の表のようになりました。面の数が多い立体(12 面～20 面)については数えにくいので、頂点の付近にシールを貼っていき正確に数えました。シールは 100 円ショップで売っています。直径５ミリほどの色のついた円いシールが台紙に貼ってあり、シール

を剥がしたあとの数を数えれば、シールを貼った数がわかります。辺について 12 面以上の立体は数えにくかつたのですが、予想をたててみて実際に数えた人の数を照らしあわせみたりしながら、下の表のような結果になりました。

面	辺	頂点
4	6	4
6	9	5
8	12	6
10	15	7
12	18	8
14	21	9
16	24	10
20	30	12

そこで、この表から気づいたことがあるかをみんなに聞きました。みんなの中から次のようなことが発見されました。

澤さんより　　面×1.5= 辺

谷さんより　　面+辺+頂=14+6+6+ …・

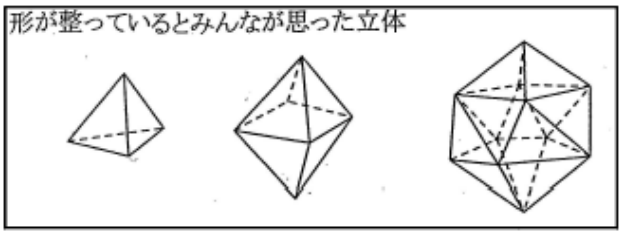
吉田さんより　面+辺一頂=6+4+4+…

もう一度、澤さんより　面+頂一辺=2

3 人から右上のようなことが上りました。この中で澤さんが発見した面+頂一辺=2 の関係式はオイラーの多面体定理といわれています。

＊オイラー:数学者、 - 物理学者、天文学者スイス生まれ(1707 ～ 1783)

この 3 種類の中で、「形がきれいなものはどれ」と聞いたところ、みんなから次の 3 つの立体があがりました。



これらに共通する点は何か。それは、どの頂点から見ても、その頂点に集まっている正三角形が同じになっているということでした。つまり、

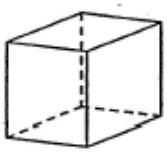
4 面体は 1 つの頂点に正三角形が３枚、

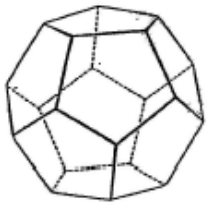
８面体は 1 つの頂点に正三角形が４枚、

20 面体は 1 つの頂点に正三角形が５枚、となっています。

これらは特に「正多面体」といわれています。他にあと正多面体は 2 種類あってそれをみんなに作っもらいました。正 6 面体と正１２面体です。ただし、これらはそれぞれの面が正方形や正五角形で構成されています。

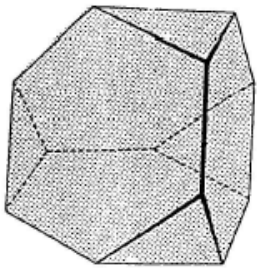
正 6 面体と正 12 面体についても面と辺と頂点の数をそれぞれ数えました。ここまでの授業で、出てきた問題は、





どんな立体でも、面+頂点－辺=２(オイラーの多面体定理)となるか、ということでした。

みんなには、すでにデルタ多面体(1 つの面が正三角形で出来ている 8 種類の立体)や、正多面体(どの頂点から見ても同じ状態になっている 5 種類の立体)については、先の定理の発見がありました。どんな立体でも、というのはたとえば、じゃがいもを適当に切って立体にしてそれでも、オイラーの多面体定理が成り立つか、ということです。右図のような立体をこちらで用意して、これについては



面+ 頂点－辺= 2

8　12　18

となって成り立っていました。

生徒にこの予想をしてもらったところ、

ア. どんな立体でも成り立つ…３人

イ. 成り立たない場合もある…１４人

ウ. わからない…５人

そこで、立体を構成している面を考えることにしました。つまり、平面の図形です。みんなには、適当な図をノートに書いてもらって、その平面図形について、面、頂点（単に点）、辺の数をそれぞれ数えてもらいました。たとえば、右の図２では、面　頂点　辺

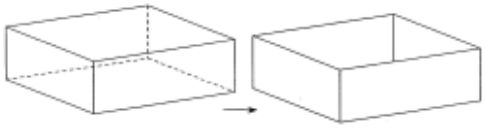
3 ＋ 10 －12 =1

となって、面十頂点－辺=1

図２

です。みんなに、自由に書いてもらって、どんな図を書いても、平面で書いた図では、面+頂点－辺=1 となりました。

次に、直方体から、1 つの面を取つて箱にして、みんなの方にその箱の底が見えるように見せたときに、どのよう見えるかをノートの書いてもらいました。図 3 のように書いている人が多くいました。図 3 は平面の図です。だからこの場合は、



面　　頂点　辺

5 ＋　8　−12 =1

となっています。いま、立体の面、頂点、辺について、

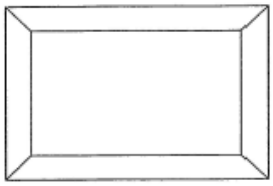


図3

(面－１)+頂点―辺=?

と聞くと、1 という声がありました。

これは、先のように立体から 1 つの面を取つているので、

平面で考えられるので、

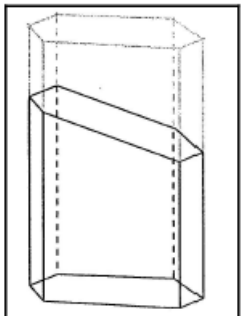
(面－１)+頂点－辺=1

ということです。

(面－1)十頂点－辺=1 …①

①の式を変形して次のようにしてみると、

面＋頂点－辺=2



石鹸を切った立体

です。つまり、どんな立体でも、オイラーの多面体定理が成り立つということになります。そこで、石鹸（100 円ショップで大きなかたまりの石けんをみつけました）を生徒に適当に斜めに切つてもらって、

面+頂点－辺を計算したら、2 になりました。

◇でんぐりシート（ハニカム・シート）

◇参加者の感想

榧（明晴学園）実験が多いのはとてもよいと思った。教科書にこだわらずに授業をしているのが印象に残った。明晴学園では高校受験という制約があるが、小学部ではメリハリのある授業をしてみたい。

土門（千葉ろう学校）聾学校では、どうしても言葉の指導に偏ってしまう。実験を見せたくても、基本計算でつまずいてしまう。

上條（千葉ろう学校）聾学校では視覚的な教具を使うことは大切だと思う。教具を生徒の前に出すタイミングが重要だと思う。生徒に考えさせるようにするには、どんなタイミングでだしたらよいか。

遠田（立川ろう学校）二次関数をカーテンレールでやる実験は、３年前の松江大会で見て、自分もやってみた。質問だが、ペットボトルの底に開ける穴は、どのように開ければよいか。

井上（文京盲学校）教具は生徒を感動させることがよくわかった。

第14回　数学パズル
解　答

出題者　遠田　将人

【問題】　ある立体図形があります。この立体図形を真上から見ると図１のように正方形の溝がある図形になり、横から見ると図２のように凹の形になり、真下から見ると図３のようになります。この立体図形はどのような形かかきなさい。

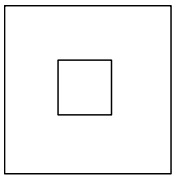


図１

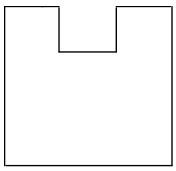


図２

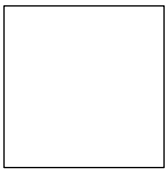
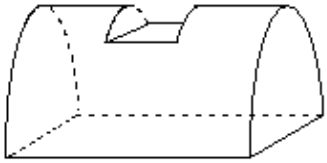


図３

＜答え＞



【連載】第１５回　数学パズル　　出題　遠田　将人

今回は遠藤寛子著「算法少女」の中から出題した問題です。算法少女とは、江戸時代に千葉桃三という医師にあきとう娘がいて、その娘は和算が大好きでした。あきは父からいつも和算の問題を出されており、その問題の一つが次のような問題です。

【問題】半径に直角三角形を内接させ、この直角三角形の内接円と弓形内にえがいた最大の円が等しいとき、外接円（半円）の半径の長さを１３とすると、小円（直角三角形の内接円）の半径を求めよ。

【締切】　２月末　【送り先】〒184－0012　東京都小金井市中町３－１４－１１

遠田将人宛　または　Ｅメール：m4onda5@yahoo.co.jp　　TEL　FAX　042-307-8342【正解者発表】次号会報で

2013 第 61 回　数学教育協議会　全国研究大会

２０１３年　８月６日（火）～８日（木）　　北海道　定山渓温泉「ホテルミリオーネ」

記念講演：秋葉忠利（前広島市長）　　開会行事：アイヌアートプロジェクト　　講座 ～私の実践～

全体交流会　　教具展　　分科会Ⅰ，Ⅱ

数学教育協議会第６回春の全国研究集会のご案内

テーマ「算数がすき！」「数学がステキ！」そう言わせたい入魂の授業

こんな授業もあったんだ～『目からウロコ』の算数・数学授業～

１日時　２０１３年２月１７日（日）

２会場　桐朋小学校：東京都調布市若葉町１－４１－１（京王線仙川駅下車徒歩５分）

３日程

９：００～受付

９：３０～１０：３０　算数・数学おもちゃ箱（親子で楽しむものづくり）・教具展

算数・数学のパズルやおもちゃがたくさん！いっしょに作って遊びましょう！

１０：３０～１１：３０　公開授業

①小学校２年「かけ算からわり算へ～水槽を使って～」：山本忠義（鹿児島）

②小学校３年「重さ～地球上のすべてのものには重さがある～」：覚道幸久（和歌山）

③小学校高学年「『数学』への架け橋～ブロックを使いながら～」：山田秀人（沖縄）

④中学校１年「確率とは？～『近づく』とはどういうことか～」：岩澤一郎（宮城）

⑤高校（模擬授業）「微分～量を大切にした微分の導入」：阪田祐二（和歌山）

⑥特別支援（ＶＴＲ上映）「２位数の獲得から筆算へ」：芳賀雅尋（宮城）

１１：３０～１２：３０　授業検討会

１２：３０～１３：３０　昼食

１３：３０～１５：３０　分科会：授業実践の報告と討論

①小学校低学年「かけ算をどう教えるか～導入と展開～」：福田純一（東京）

②小学校中学年「量の単位の導入～長さ・重さ・面積～」：倉沢明子（広島）

③小学校高学年「単位あたり量～『重さ』から『重たさ』へ～」：谷垣明伸（奈良）

④中学校「関数指導のあれこれ～比例と一次関数を中心に～」：宮川康浩（長野）

⑤高校「統計の授業～あぶない『箱ひげ図』～」：伊藤潤一（岩手）

⑥特別支援「十進法の概念を獲得することは？～その学習の過程」：小田切忠人（沖縄）

４費用　参加費　２０００円（学生１０００円）（ただし、おもちゃ箱・公開授業に参加する保護者・子どもは無料）

５申し込み方法

（１）参加はすべて当日受け付けます。

（２）算数数学おもちゃ箱と公開授業に参加されるお子さんと引率の方は無料です。

＜問い合わせ＞

加川　博道（TEL/FAX　042-736-5384　E-ail qqvf2hk9@ivy.ocn.ne.jp）

曽根由理恵（TEL/FAX　0422-56-9632　E-ail yurie-sone@ad.cyberhome.ne.jp）

※　手話通訳の必要な方は、１月１５日頃までに、矢沢まで、連絡ください。

矢沢　yazawa@msg.biglobe.ne.jp